Una de las áreas más importantes en el pensamiento humano es la filosofía, ya que **nos ayuda a cuidar la verdad y buscarla**. En este gran objetivo, la **lógica y el razonamiento** filosóficos son unos de los pilares fundamentales porque, nos guían y enseñan los caminos necesarios. Pero… *¿Que es la lógica?* Partamos de que, los humanos tenemos una disposición natural para **pensar de manera coherente**, es decir, buscamos que las cosas tengan **sentido**. Esto, es una estructura del pensamiento que permite verificar si un razonamiento es correcto o no. Ahora bien, considerar si algo tiene sentido **no es algo aleatoria** dependiente de cada pensador, sino que, hay un **método científico** que nos ayuda a ello: LA LÓGICA MATEMÁTICA

Lógica matemática

UN VIAJE HACIA LA VERDAD

Se trata de un método que unido a la lógica proposicional (de frases o ideas) nos ayuda a analizar de una manera matemática cada idea. Es decir, se le asigna un número o letra a cada proposición según sus características.

CONCEPTOS BASICOS:

- Una oración puede ser verdadera o falsa. Siendo **1 VERDADERO** y **0 FALSO**
- Las proposiciones se designan con: p q r s t …
- Los conectores entre proposiciones son

~ / ¬	^	˅	-->	<-->
NO	Y	O	ENTONCES	SI Y SOLO SI
Indica una negación	Valen las dos	Una o la otra	Si se da la 1º pasa la 2º	Para que se dé una se tiene que dar la otra

- Unos pocos ejemplos para que entiendas mejor

PROPOSICIONES

P: Iré al cine	Q: Iré a jugar	R:Te regalo flores	S: Te regalo dulces
T: Está lloviendo	U: Hay nubes en el cielo	V: El numero dos es par	

Acción	Proposición original	Proposición secundaria	resultado
NEGACIÓN	P:Iré al cine	¬ p	No iré al cine
DOBLE NEGACION	P:Iré al cine	¬ ¬ p	Es falso que no está lloviendo. Está lloviendo
CONJUNCIÓN	P: Iré al cine Q: iré a jugar	P ^ q	Iré al cine e iré a jugar. Iré al cine y a jugar
DISYUNCIÓN	P: Iré al cine Q: iré a jugar	P ˅ q	Iré al cine o iré a jugar
CONDICIONAL	U: hay nubes en el cielo T: está lloviendo	U --> T	Hay nubes entonces está lloviendo
BICONDICIONAL	U: hay nubes en el cielo T: está lloviendo	U <--> T	Hay nubes si y solo si está lloviendo

Hasta ahora hemos aprendido los conceptos básicos, ¿Cómo los aplicaremos? Mediante TABLAS DE VERDAD

Tablas de verdad

UN METODO EXACTO

La tabla de verdad permite **determinar si una función lógica** es válida o si dos funciones son equivalentes. También se utiliza para simplificar y optimizar expresiones lógicas**. Cada fila de la tabla representa una combinación** única de valores de entrada, y la última columna muestra el resultado de la función para cada combinación.

CONCEPTOS BASICOS:

- Como en cualquier operación matemática en la resolución de este tipo de ejercicios hay una jerarquía: **(),** ¬, ˅ ^, --> <-->
- La constitución de la tabla se realizará mediante la siguiente formula: **2^n** Donde n corresponde a la cantidad de oraciones del ejercicio y nos ayudará a determinar la cantidad de filas de la tabla. De esta manera si tenemos **3 oraciones $2^n = 2^3 = 8$** serán las filas de nuestra tabla. Ejemplo:

En una tabla de solo 2 proposiciones

P	Q
1	1
1	0
0	1
0	0

En una tabla de 3 proposiciones

P	Q	R
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

- En cuanto a cómo repletar las columnas:
  - **Primera columna**: la mitad han de ser verdaderas 1 y la otra mitad falsas 0
  - **Segunda columna:** Si nos situamos en la mitad verdadera de la primera columna, deberemos dividirla en dos donde una mitad serán verdaderas y la otra mitad falsas. Seguiremos el mismo proceso con la mitad falsa de la primera columna
  - **Siguientes columnas:** Seguir con la misma dinámica hasta terminar todas las proposiciones

REALIZACIÓN DE ALGUNAS TABLAS

Comenzaremos con la realización de algunas tablas paso a paso.

¬ (p ^ q)

1. Observar jerarquía: 1º (p ^ q) 2º ¬
2. Colocar las proposiciones en cada columna y 0,1
3. p ^ q con que una de las dos sea falsa ya es falsa o sea 0
4. ¬ (p ^ q) Lo contrario a la casilla anterior

p	q	p ^ q	¬ (p ^ q)
1	1	1	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

¬ p ^ ¬q

1. Observar jerarquía: 1º **¬ p 2º ¬q 3º ¬ p ^ ¬q**
2. Las negaciones son lo contrario a so proposición principal
3. p ^ q con que una de las dos sea falsa ya es falsa o sea 0

p	q	¬ p	¬q	¬ p ^ ¬ q
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0

Ahora que ya hemos entendido un poco como se hacen, os dejo 4 tablas resueltas para que las podáis realizar y poderos corregiros.

(p ^ q) ^ (p ˅¬ q)

p	q	p ^ q	¬q	(p ˅ ¬q)	(p ^ q) ^ (p ˅¬ q)
1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0

(p ^ q) ˅ (¬ p ^ ¬ q)

p	q	p ^ q	¬p	¬q	¬ p ^ ¬ q	(p ^ q) ˅ (¬ p ^ ¬ q)
1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0

(p ˅ ¬ q) ^ r

p	q	r	¬ q	p ˅ ¬ q	(p ˅ ¬ q) ^ r
1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0

(p --> q) ^ (q --> r) --> (p --> r)

p	q	r	p --> q	q --> r	(p --> q) ^ (q --> r)	p --> r	(p --> q) ^ (q --> r) --> (p --> r)
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1

Calculo lógico

¿DONDE ESTÁ LA VERDAD?

El cálculo proposicional es el estudio de las relaciones lógicas entre objetos llamados proposiciones, que frecuentemente pueden interpretarse como afirmaciones que tienen algún significado en contextos de la vida real. Es decir, se trata de un conjunto de frases que, te llevan a una conclusión. En este apartado, **aprenderemos a analizar dichas frases para saber si la conclusión que nos dan es cierta o no**. Para ello, deberemos aprender y entender las siguientes normas ya que son, las que nos ayudaran a justificar nuestras decisiones.

ABSORCION	IDEMPOTENCIA	ASOCAITIVA	CONMUTATIVA
$[p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p$ $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	$[p \vee (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$ $[p \wedge (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r]$	$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$ $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$ $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$
COMPLEMENTACION	**DISTRIBUTIVA**	**IDENTIDAD**	**DOBLE NEGACION**
$(p \vee \neg p) \Leftrightarrow 11$ $(p \wedge \neg p) \Leftrightarrow 0$	$[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$ $[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$ $[p \to (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \to q) \wedge (p \to r)]$ $[p \to (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \to q) \vee (p \to r)]$	$(p \vee 0) \Leftrightarrow p$ $(p \wedge 1) \Leftrightarrow p$ $p \Rightarrow p$ $p \Leftrightarrow p$	$\neg\neg p \Leftrightarrow p$
MORGAN	**SIMPLIFICACION**	**ADICION**	**SILOGISMO DISYUNTIVO**
$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$ $(p \wedge q) \Rightarrow q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$ $q \Rightarrow (p \vee q)$	$[\neg p \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$ $[p \wedge (\neg p \vee \neg q)] \Rightarrow \neg q$
SILOGISMO HIPOTETICO	1DILEMA CONSTRUCTIVO	2DILEMA CONSTRUCTIVO	DILEMA DESTRUCTIVO
$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \Rightarrow (p \to r)$ $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \leftrightarrow r)$	$[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \Rightarrow r$	$[(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow (q \vee s)$	$[(\neg p \wedge \neg q) \vee (r \to p) \vee (s \to q)] \Rightarrow (\neg r \wedge \neg s)$
BICONDICIONAL	CONDICIONAL	TRANSPOSICION	PERMUTACION
$(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \to q) \wedge (q \to p)]$	$(p \to q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$ c $(p \to q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$	$(p \to q) \Leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$ $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \leftrightarrow \neg p)$	$[p \to (q \to r)] \Leftrightarrow [q \to (p \to r)]$
SILOGISMO	IMPORTACION	EXPANSION	MODUS PONENDO
$(p \to q) \Rightarrow [(q \to r) \to (p \to r)]$	$[(p \wedge q) \to r] \Leftrightarrow [p \to (q \to r)]$	$(p \to q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \leftrightarrow q]$ $(p \to q) \Leftrightarrow [(p \wedge q) \leftrightarrow p]$	$[(p \to q) \wedge p] \Rightarrow q$
MODUS TOLENDO TOLENS	MODUS TOLENDO PONENS	RESOLUCION	
$[(p \to q) \wedge \neg q] \Rightarrow p$	$[(p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q$	$[(\neg p \vee q) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow (q \vee r)$	

REALIZACIÓN DE ALGUNOS CALCULOS

- Se trata de ir usando las reglas arriba expuestas para ir simplificando, añadiendo… proposiciones (las letras) hasta llegar a la conclusión que te indican.

Conclusión: $t \vee u$ 1. $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ 2. $p \rightarrow q$ 3. $p \wedge (r \rightarrow (t \wedge u))$ 4. $s \rightarrow (t \wedge w)$	***Conclusión:*** $\neg p$ 1. $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$ 2. $r \rightarrow q$	***Conclusión:*** $\neg t$ 1. $(p \vee s) \rightarrow \neg (q \wedge r)$ 2. $r \rightarrow w \vee m$ 3. $w \rightarrow p$ 4. $m \rightarrow s$ 5. $\neg (q \wedge r) \rightarrow \neg t$	***Conclusión:*** $r \rightarrow \neg p$ 1. $p \wedge q \rightarrow \neg r$ 2. $q \wedge t$
5. p Simp 3 6. q MPP(2,5) 7. $p \wedge q$ Prod(5,6) 8. $r \vee s$ MPP(1,7) 9. $r \rightarrow (t \wedge u)$ Simp 3 10. r 11. $t \wedge u$ MPP(9,10) 12. t 13. s 14. $t \wedge w$ MPP(4,13) 15. t Simp 14 16. t Cas 8,10-12,13-15 17. $t \vee u$ Ad 16	3. p aux 4. $\neg q \wedge r$ MPP(1,3) 5. r Simp 4 6. q MPP (2,5) 7. $\neg q$ Simp 4 8. $q \wedge \neg q$ Prod(6,7) 9. $\neg p$ Abs 3-8	6. r Aux 7. $w \vee m$ MPP(2,6) 8. w 9. p MPP(3,8) 10. $p \vee s$ Ad 9 11. $\neg (q \wedge r)$ MPP(1,10) 12. $\neg t$ MPP(5,11) 13. m 14. s MPP(4,13) 15. $p \vee s$ Ad 14 16. $\neg (q \wedge r)$ MPP(1,14) 17. $\neg t$ MPP(5,15) 18. $\neg t$ CAS 7, 8-12, 13-16	3. r 4. q Simp 2 5. p Aux 6. $p \wedge q$ Prod(4,5) 7. $\neg r$ MPP(1,6) 8. $r \wedge \neg r$ Prod(3,7) 9. $\neg p$ Abs 5-8 10. $r \rightarrow \neg p$
Solución r 1 p v (q v r) 2 (q –> s) (r --> T) 3 (s v T) –> (p v r) 4 ¬p	Solución ¬r v ¬q 1 p v (q --> r) 2 p --> s 3 (q --> t) --> (r --> u) 4 (¬p . ¬ s) --> (r --> t) 5¬s 6¬ u v ¬ t	Solución t 1p --> q 2q-->r 3p v q 4(p --> r) --> (q -->s) 5(r v s) --> t	
5 q v r (SD 1,4) 6 s v t (Dc 2,5) 7 p v r (MP 3,6) 8 r (SD 7)	7 ¬ p (mt 2,5) 8 ¬ p .¬ *s* (*conj* 7,5) **9 r** --> t (mp 4,8) 10 q --> r (SD 1,7) 11 q -->t (Sh 10,9) 12 r --> u (mp 3,11) 13 (r -->u). (q-->t) (conj 11,12) 14 ¬r v ¬q (dd (13, 6)	**6 p** --> r (SH 1,2) 7 (q --> s) (mp 4,6) 8 (p-->r) ^ (q -->s) conj 6,7 9R v S (DC 8,3) 10 T (MP 5,9)	